

Jeudi 7 sept 2023

Tristan, Alexandra, Ilan

Propos liminaire sur [1 Th 5 :21](#)

Cours sur $\sum x_k$: définition, variable locale, interprétations (dépendante des propriétés), parcours (itération) indice ou ensemble, composition (commutable ou pas), vision spatiale, agrégation ($\prod x_k, \cup x_k$... Propriétés sur les sommes (Chasles, linéarité, constante). Transformations : changement de variable sur l'indice.

Une somme usuelle : Travail sur $\sum_{k=0}^n k$, 7 façons d'exprimer la somme.

Vendredi 8 sept 2023 9h-11h

Tristan, Alexandra, Ilan, Emilie

Court point sur les sommes télescopiques. $\sum_0^n x_{k+1} - x_k = x_{n+1} - x_0$

$\sum_{k=0}^n k$, 7 façons d'exprimer la somme. Gauss, Résolution par plus général, tâtonnement, cas particulier, algébrique, spatialisé...

Sommes usuelles : Travail sur $\sum_{k=0}^n k^p$, rang 3 (effondrement des méthodes), rang p, méthode algébrique

Rappel sur le triangle de Pascal (qui n'était pas assimilé), $(a + b)^n$, cas $(1 + x)^n$ pour visualiser

Les « intelligences » en mathématique.

Résolution par le haut (cas général), ou par le bas (composition, construction)

Vendredi 8 sept 2023 11h-12h

Enzo, Wael

Equation de droite, $y = ax + b$, explication de la pente, de l'ordonnée à l'origine, mise en rapport avec Thalès, utilisation de l'équation pour valider ou pas l'appartenance d'un point, pour positionner un point dont on connaît une partie des informations.

Vendredi 8 sept 2023 14h-16h

Enzo, Wael

Inéquations de droites, demi-plans, comment savoir si un point est « au-dessus » ou « en dessous »

Conjonctions, disjonctions avec les inéquations pour décrire des régions délimitées par des droites, ou demi-droites.

Exemples concrets : (comment la machine sait qu'un click a lieu sur un bouton, dans une fenêtre, tracé d'une droite sur un écran...)

Vendredi 15 sept 2023 9h00-12h30, 14h-16h

Tristan, Alexandra, Ilan

Vocabulaire sur les limites (majorant, maximum, borne sup, converger, limite...). Schémas particuliers à reconnaître (forme f'), équivalence ($f \sim g \Leftrightarrow f/g \rightarrow 1$) et utilisation, règle de l'Hospital, théorèmes de base (convergence, gendarmes...). Règles d'établissement (opérateurs de base, composition...)

Rappel sur les dérivées de Sin et Cos (3 schémas pour établir les dérivées)

Travail sur les encadrements (majorer, minorer, encadrer)

Exercices combinant toutes les compétences. (Exigence de rapidité)

Excellente prestation de Tristan sur $\sum_{k=0}^n k^2$ qui nous a livré les fruits de son travail (pyramide en 3D par-dessus l'escalier de marches en k^2)

Vendredi 22 sept 2023 9h00-12h30

Ilan, Alexandra, Tristan

Examen écrit sur les sommes et limites de fonctions.

Echec total, arrêt au bout d'une heure, et correction de la (presque) totalité en deuxième heure.

Vendredi 22 sept 2023, 14h-16h

Ilan, Alexandra, Tristan, Emilie

Suites : prémices, vocabulaire, formes directe et indirectes, passage de l'une à l'autre

Limites, analogies avec les fonctions, théorèmes de base : croissance + majorée \rightarrow limite

Théorème du point fixe. Limite = $x \Rightarrow f(x) = x$

Suites arithmétiques, géométriques, caractéristiques

Donné : Exercice sur une suite arithmético-géométrique

Vendredi 29 sept 2023 9h00-10h (réunion post)

Ilan, Alexandra, Tristan. (Véro et Ferrid en fin).

Tentative d'immersion par émergence : construction géométrique du flocon de von koch, modélisation du périmètre et de l'aire, conclusions.

Donné : Exercice sur le flocon en version carrée (P,A), Triangle de Sierpinsky (A) en version extérieur et aussi extérieur intérieur

Réunion d'une heure avec Ferrid Mohamed et véro pour parler du problème de « mutisme »

Samedi 30 sept 14 :00 17 :00 Médiascol

Tristan, Mickael

Une démonstration par récurrence rédigée parfaitement comme inspiration pour la présentation

3 exercices bateaux pour exercer à voir les récurrences :

- $n! > n^2$
- $(1 + x)^n \geq 1 + nx$
- $1 - \frac{1}{n} < 1$

Mardi 2 oct. 14h 16h

Tristan

Problème des grains de blé et de l'échiquier : modéliser, résoudre. Nb sur la dernière case, nb total sur le damier. Utilisation de l'induction, intérêt de chaque étape dans le processus.

Problème du paradoxe de Zénon en version simplifiée : flèche tirée qui doit faire la moitié, puis la moitié du reste, puis la moitié, et qui n'arrivera jamais à la cible. Conséquences pratiques d'une modélisation à côté de la plaque.

Discussion sur les phénomènes qui apparaissent en surface des suites géométriques : codage des entiers, des double et float sur un processeur. Base, dénombrement, arithmétique... tours d'horizon sur la base 2.

Explication à nouveau sur le formalisme des limites : on n'écrit pas $0.5^\infty = 0$, mais $0.5^n \rightarrow 0$ ou $\lim_{n \rightarrow \infty} 0.5^n = 0$, et ça se combine.

Discussion sur la non-périodicité des nombres irrationnels : explication à base de division euclidienne pour voir qu'un reste déjà apparu, à cause du déterminisme, va recréer la même séquence en boucle. Démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Discussion sur le nombre Oméga (Chaitin).

Vendredi 6 oct. 2023 9h00-12h30

Ilan, Alexandra, Tristan, Emilie

Cours de synthèse sur les suites arithmétiques et géométriques. Toutes les propriétés, formules, et cas possibles pour les variations et les limites.

Vendredi 6 oct. 2023 15h00-16h30

Ilan, Alexandra, Tristan

Suites arithmético-géométriques en vrac

Cas concrets d'utilisation de suites géométriques : pharmaco-cinétique chimique.

Lundi 9 oct 14:00

Immersion dans le cours de Ferrid.

Vendredi 13 oct. 2023 9h00-11h45

Ilan, Tristan. Emilie présente, mais je ne l'ai pas impliqué

Cours sur la construction de l'exponentielle : départ $f(x + y) = f(x)f(y)$

Déduction de toutes les propriétés

Exercice donné : MQ $e^x > \sum_0^n \frac{x^k}{k!}$ En passant par $n = 1$ puis $n = 2$

Vendredi 13 oct. 2023 15h00-16h30

Tristan

Construction d'Euler par « discrétisation » pour approximer la valeur de e, et la courbe de e^x

Aboutissement à $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Samedi 14 oct. 2023 15h00-16h30

Ilan, Tristan

Résolution de l'exercice donné en cours sur $e^x > \sum_0^n \frac{x^k}{k!}$

Mickael

Probabilité, exercices sur la loi binomiale, réponse paradoxale pour un énoncé qui pourrait être délibéré ou erroné.

Robin

Un peu de programmation, méthode de dichotomie. Discussion sur la réalisation d'un jeu : jeu d'échec, et donc introduction de la notion d'héritage pour les pièces. Présentation de la méthode de génération de labyrinthe parue dans hebdojeu pour Atari vers 1985. Discussion avec maman, on va préparer un bac blanc pour le 4 octobre.

Vendredi 20 oct. 2023 9h00-11h45

Alexandra (9h20), Ilan, Tristan

Contrôle écrit en 30 minutes : donnez et démontrez les limites en $-\infty, 0, +\infty$ de $e^x, xe^x, xe^{-x}, \frac{e^x}{x}$

Correction en live.

Notes sur 20

- Ilan 8.33
- Alexandra 5
- Tristan 1.66

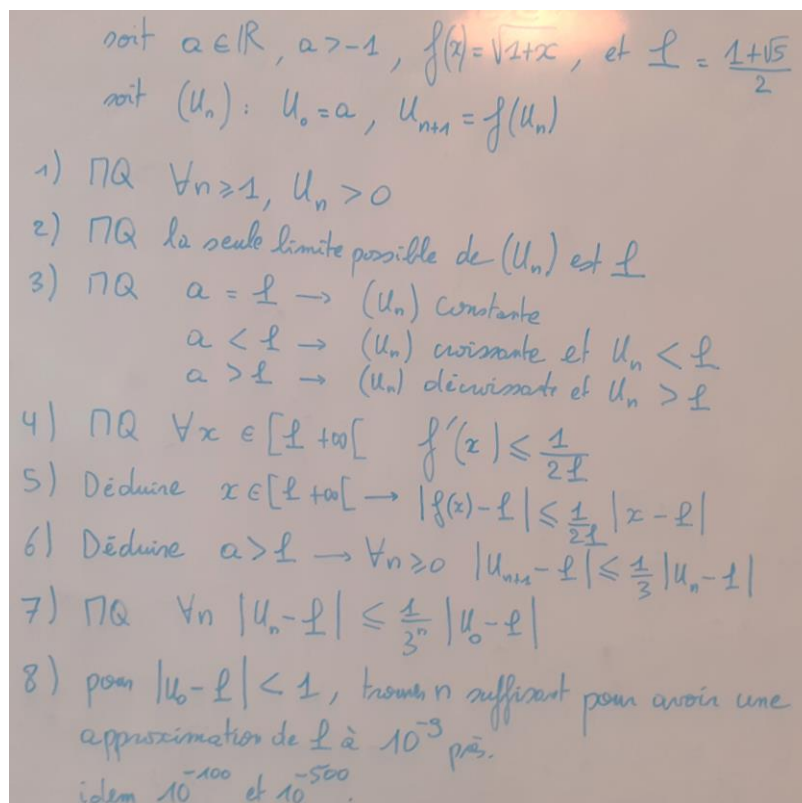
Démonstration de l'unicité de la fonction exponentielle.

Vendredi 13 oct. 2023 15h00-16h

Alexandra, Ilan, Tristan

Pas de cours (pas le temps)

Un exercice donné pour les vacances, qui sera noté à la rentrée



Cet exercice vient de la classe de Ludivine et Mickael au lycée Jules Guesde, qui sont en section plutôt littéraire.

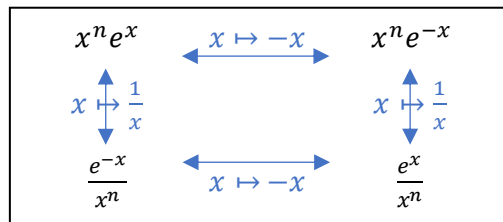
Vendredi 10 nov. 2023 9h00-12h30

Alexandra, Ilan, Tristan

Exercice donné par Mohamed en semaine (étudier $f(x) = x^2 e^{1-x}$) non réalisé.

DM donné pour les vacances non présenté le lundi à la rentrée, non présenté ce vendredi.

Synoptique pour le calcul des limites de $x^{\pm n}e^{\pm x}$ en utilisant les deux inverses, additives et multiplicatives, involutives : $x \mapsto -x$, $x \mapsto \frac{1}{x}$



Correction des deux durant les 3h de cours...

Question pour la semaine prochaine : que veut dire « approcher x à 10^{-n} près » (confusion possible entre amplitude de l'intervalle d'erreur et le max|min de l'erreur en valeur absolue)

Vendredi 10 nov. 2023 14h00-15h30

Enzo

Un cours d'Excel pour fabriquer des suites, visualiser des fonctions, et comprendre l'écart entre les nombres mathématiques et leurs implémentations sur différentes machines.

Utilisation des basiques : poignée de recopie (sur des textes, des dates, des nombres). Utilisation sans entrer dans le détail des références pour les formules. Entrée par la porte des fonctions mathématiques : RACINE et ABS. Notion de mise en forme (format numérique) : ce qu'on voit n'est pas exactement ce que la cellule contient.

Vendredi 17 nov. 2023 9h00-12h30 et 14h00-15h00 et 15h00-16h00

Ilan, Tristan, Alexandra

Cours 1 :

Cours sur les dérivées. $u_{n+1} - u_n$, $f(x_2) - f(x_1)$, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Propriétés du taux de variation, compréhension du phénomène à la limite : 1 point de contact avec la courbe et tangente. Conséquences directes : signe de la dérivée = sens de variation, extremums.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ sur des exemples concrets comme x^2 .

Savoir repérer une limite écrite sous cette forme pour identifier une dérivée.

Constitution de briques générales : chaque opérateur, chaque fonction, dériver algébriquement. Exemple sur $(u + v)'$. Démonstration à leur charge pour toutes les autres.

Toutes les formules de dérivation données : opérateurs, fonctions de base, composition... utilisation de la composition pour déduire la dérivée d'une fonction réciproque : exemple, $\ln(x)$

Cours 2 :

« Les » logs : définition de la fonction ln par symétrie avec la fonction exponentielle qui est sa réciproque. Explication sur les logs, bases, et l'intérêt.

Existence, « unicité » vs « multiplicité » domaine, propriétés

Dérivée, minorer / majorer / encadrer $e^x \geq 1 + x \rightarrow x \geq \ln(1 + x)$, etc., limites : embedded dans une somme, dans un produit, en direct ou en passant par e^x . Les limites et les démonstrations sont à travailler à la maison, quelques explications ont été données, toutes les recettes de cuisine avec, mais elles sont à faire individuellement par l'élève pour être à l'aise.

Pour l'approximation, deux pistes : comme Euler, réduire jusqu'à proche de 1. En utilisant par exemple racine carrée. Ou alors, mettre bout à bout des $1/x$, et explication avec somme télescopique qui aboutit à voir Riemann.

Vendredi 17 nov. 2023 9h00-12h30 et 15h00-16h00

Contrôle sur les logarithmes : échelle de Kardashev.

Intégration : Riemann, primitives, propriétés de base (démontrées avec la diff entre deux primitives ou Riemann) : Chasles, $f < g$, b vers a, surface négative, fonctions paires et impaires.

Vendredi 24 nov. 2023 9h00-12h30 et 15h00-16h00

Intégration : les bases. Riemann, par le graphique, et $F(b) - F(a) =$ somme télescopique. Vocabulaire et notations : intégrale, primitive, variable d'intégration, bornes... Exemples simples, et étude des

premières propriétés (démonstration) : linéarité, Chasles, $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$,
 $f > g \rightarrow \int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx$. Surfaces négatives, Fonctions paires et impaires.

Vendredi 1 déc. 2023 9h00-12h30 et 15h00-16h00

Intégration : des moyens supplémentaires : changement de variable (bijectif), et intégration par partie. Tirer parti des formes stables comme $P(x)e^x$. Essayer de raisonner sur un cas perturbant : $f(x) = 1$ pour x irrationnel, = 0 pour x rationnel. Dérivées avec une (ou deux bornes) infinies, intégrer une « singularité » ($1/x, 1/x^2$).

Vendredi 8 déc. 2023 9h00-12h30 et 15h00-16h00

Retours sur les dérivées : tout n'est pas dérivable, tout le temps, et n'importe comment. Travail sur $\sqrt{x^2}$ en symbolique, puis, après hypothèse, représentation graphique, et perception de chaque cas de la dérivée. Non dérivabilité en 0, introduction de la limite à gauche et à droite donc de la notion de dérivée à gauche et de la dérivée à droite. Intérêt du domaine de définition pour faire apparaître les cas pathologiques. Th f dérivable $\rightarrow f$ continue. Justification des étapes de l'analyse d'une fonction et de l'intérêt de chaque étape.

Exercice donné : étudier $f(x) = |x - 2| - |x + 1|$

Vendredi 16 déc. 2023 9h00-12h30 et 15h00-16h00

Correction de l'étude de $f(x) = |x - 2| - |x + 1|$, $f(x) = e^{\ln x}$, $f(x) = \ln e^x$

Equations différentielles ordinaires linéaires du 1^{er} ordre à coefficients constants.

Linéarité sur la partie gauche de l'équation. Si y solution, $y_0 + y$ solution aussi

Solutions particulières avec des polynômes.

On verra plus tard le cas des fonctions trigonométriques, aucune formule n'est connue, apprise, maîtrisée, ou intuitive...

Pas d'exercice pour la séance suivante, le cours du vendredi sera décalé à un autre jour de la semaine

Ilan a pu réviser et jouer avec les changements de variables dans les intégrales.

Avec Emilie, polynôme du 2nd degré, solutions entières, autre racine quand on en connaît une (dev de $(x-x_0)(x-x_1)$)

Vendredi 20 déc. 2023 1h30 de cours le matin

Récap sur les EDO Linéaire 1^{er} degré.

Application à un pb concret : piscine qui se vide. (Débit directement proportionnel au volume)

Donner la solution pour condition sur $Y(0)$,

Approximation numérique pas à pas

Conséquences d'une tentative de créer une fonction solution utilisant sin et cos : on a $i^2 = -1$. 2nd degré, apparition du polynôme caractéristique, conséquences. Effet immédiat des complexes : solution simple, unifiée, et universelle.